

Άσκηση Φακιδίου

$$1) y_i = \begin{cases} 1, & \text{αν ανοίξει αποθήκη στον κόμβο } i \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

x_{ij} η ποσότητα που μεταφέρεται από τον κόμβο i στον j
 με κόστος $20x_{11} + 40x_{12} + \dots + 35x_{45} + 400y_1 + 500y_2 + 300y_3 + 150y_4$
 αν αυτό πάρει τιμή > 0

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} \leq 100y_1 \rightarrow \text{ώστε αυτό γίνεται } 1$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} \leq 100y_2$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} \leq 100y_3$$

$$x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} \leq 100y_4$$

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} \geq 80$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} \geq 70$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} \geq 40$$

$$y_1 \leq y_2$$

$$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 \leq 2$$

$$y_2 + y_4 \geq 1$$

2) x_i : ο αριθμός των αερονόμων που θα παραχθούν

$$y_i = \begin{cases} 1, & \text{αν } x_i > 0 \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

$$\text{max } 30x_1 + 45x_2 + 24x_3 + 26x_4 + 24x_5 + 30x_6 - 35y_1 - 20y_2 - 60y_3 - 70y_4 - 75y_5 - 30y_6$$

$$x_1 + 4x_2 + 4x_4 + 2x_5 + x_6 \leq 800$$

$$4x_1 + 5x_2 + 3x_3 + x_5 \leq 1160$$

⋮

$$x_1 + 4x_2 + x_3 + 4x_4 + 3x_5 + 4x_6 \leq 1240$$

$$x_i \geq 0$$

$$x_i \leq \mu y_i \quad \mu = 400 \quad \left(\begin{array}{l} \text{προκύπτει από τον ντετερμιναντισμό} \\ \text{με τις πρώτες υδρες} \end{array} \right)$$

3) $x_i = \begin{cases} 1, & \text{αν το μαθημα } i \text{ επιλεγεί} \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$

$$\text{min } x_1 + x_2 + \dots + x_7$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_6 \geq 2 \quad (\text{απουσία μαθηματικών})$$

$$x_2 + x_4 + x_6 \geq 2$$

$$x_3 + x_4 + x_5 \geq 2$$

$$x_7 \leq x_1$$

$$x_4 \leq x_5$$

$$x_3 \leq x_5$$

$$x_6 \leq x_7$$

4) $\min x_1 + x_2 + \dots + x_9$

$x_1 + x_2 \geq 1$

$x_2 + x_3 \geq 1$

$x_2 + x_4 \geq 1$

$x_4 + x_5 \geq 1$

$x_3 + x_5 + x_6 + x_9 \geq 1$

$x_7 \geq 1$

$x_7 + x_8 \geq 1$

$x_8 + x_9 \geq 1$

5) $x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{αν στην θέση } i,j,k \text{ βεβαιωτε τον αριθμό } u \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$

- 6) x_1 : αριθμός αυτοκινήτων τύπου A
 x_2 : " " " " B
 x_3 : " " " " C

$\max 2x_1 + 3x_2 + 4x_3$ (σε χιλιάδες)

$1.5x_1 + 3x_2 + 5x_3 \leq 6000$

$30x_1 + 25x_2 + 40x_3 \leq 60.000$

$x_i \leq 0 \quad \vee \quad x_i \geq 1000$

$x_i \leq 0 \quad 1000 - x_i \leq 0$

$y_i = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$

$x_1 \leq M_1 y_1 \quad 1000 - x_1 \leq M_1 (1 - y_1)$

$x_2 \leq M_2 y_2 \quad 1000 - x_2 \leq M_2 (1 - y_2)$

$x_3 \leq M_3 y_3 \quad 1000 - x_3 \leq M_3 (1 - y_3)$

7) x_i : αριθμός των προϊόντων τύπου i που θα παραχθεί

$$\max 10x_1 + 22x_2 + 35x_3 + \dots + 115x_7 - 2000z_7$$

$$z_7 = \begin{cases} 1, & \text{αν } x_7 > 0 \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

$$x_7 \leq Mz_7$$

$$1x_1 + 2x_2 + 3.7x_3 + 2.4x_4 + 4.5x_5 + 0.7x_6 + 4.5x_7 \leq 720 - 75z_2$$

$$z_2 = \begin{cases} 1, & \text{αν } x_3 > 0 \text{ } x_4 > 0 \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

$$z_3 = \begin{cases} 1, & x_3 > 0 \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

$$z_4 = \begin{cases} 1, & x_4 > 0 \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

$$x_3 \leq M_3 z_3, \quad x_4 \leq M_4 z_4$$

$$z = z_3 z_4$$

$$z \geq z_3 + z_4 - 1$$

$$z \leq \frac{z_3 + z_4}{2}$$

ΠΡΟΣΟΧΗ: Τώρα πρέπει να το ποσοδοποιήσω
πρέπει να το ποσοδοποιήσω
ώστε να γίνει γραμμικό

8) $x_j = \begin{cases} 1, & \text{αν το τυπ. εργαζομενο ειναι στο επιπεδο } j \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$

$$\min x_1 + x_2 + \dots + x_8$$

$x_1 + x_2 \geq 1$ (A)
 $x_2 + x_3 \geq 1$ (B)
 $x_4 + x_5 \geq 1$ (C)
 $x_7 + x_8 \geq 1$ (D)
 $x_6 + x_7 \geq 1$ (E)
 $x_2 + x_6 \geq 1$ (F)
 $x_1 + x_6 \geq 1$ (G)

$x_4 + x_7 \geq 1$ (H)
 $x_2 + x_4 \geq 1$ (I)
 $x_5 + x_8 \geq 1$ (J)
 $x_3 + x_5 \geq 1$ (K)

a) x_{ij} αριθμός φιαλών τύπου i που δίνονται στο αζο/μο j
 $i = 1$ (γέφυρα), 2 (μυοσκελετικό), 3 (αδέρω) $j = 1, 2, 3$

μια $\geq 0 \cdot x_{ij}$

$x_{11} + x_{22} + x_{33} = 7$
 $x_{22} + x_{22} + x_{23} = 7$
 $x_{31} + x_{32} + x_{33} = 7$

$x_{11} + x_{22} + x_{33} = 7$
 $x_{12} + x_{22} + x_{32} = 7$
 $x_{23} + x_{23} + x_{33} = 7$

$x_{11} + 0.5 x_{21} = 3.5$ $x_{12} + 0.5 x_{22} = 3.5$ $x_{13} + 0.5 x_{22} = 3.5$

$$\alpha (x_{11} + 0.5 x_{22}) = \frac{7\alpha + \frac{7}{2}\alpha + 7.0\alpha}{3}$$

10) x_1 : Δέντρα κήπελων στην εταιρία Α

x_2 : -//- Β

x_3 : -//- Γ

$$\min 0.25x_1 + 0.21x_2 + 0.22x_3 + 16y_1 + 15y_2 + 18y_3$$

$$y_i = \begin{cases} 1, & \text{αν } x_i > 0 \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 200$$

$$x_1 \leq 200y_1 \quad x_2 \leq 200y_2$$

$$x_3 \leq 200y_3 \quad x_i \geq 0$$

Cutting Plane

$$\min x_1 - 2x_2$$

$$-4x_1 + 6x_2 \leq 9$$

$$x_1 + x_2 \leq 4$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \text{ ακέραιοι}$$

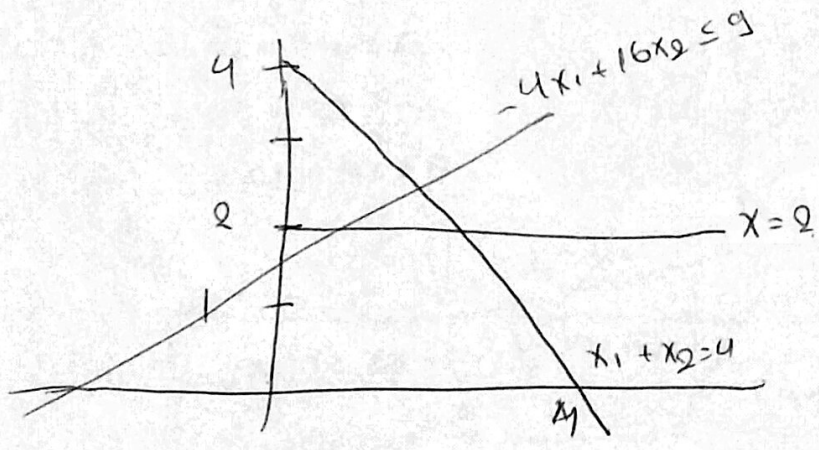
$$\min x_1 - 2x_2 \quad (-\text{max} - x_1 + 2x_2)$$

$$-4x_1 + 6x_2 + x_3 = 9$$

$$x_1 + x_2 + x_4 = 4$$

B	C	b	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄
P ₃	0	9	-4	6	1	0
P ₄	0	4	1	1	0	0
		0	1	-2	0	0
P ₂	2	3/2	-2/3	1	1/6	0
P ₄	0	5/2	5/3	0	-1/6	1
		3	-1/3	0	1/3	0
P ₂	2	25/10	0	1	1/10	2/5
P ₁	-2	15/10	2	0	-1/10	3/5

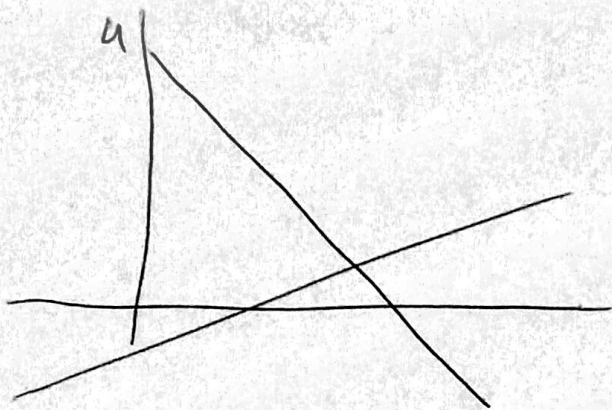
Περιορισμοί $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} x_1 + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} x_2 + \begin{bmatrix} 1 \\ 10 \end{bmatrix} x_3 + \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} x_4 = \begin{bmatrix} 25 \\ 10 \end{bmatrix}$



$\text{max } x_1 - 2x_2$
 $-4x_1 + 16x_2 \leq 9$
 $x_1 + x_2 \leq 4$
 $x_2 \leq 2$
 $x_1, x_2 \geq 0$

B	C ₀	b	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅
P ₂	2	2	0	1	0	0	1
P ₄	0	3/4	0	0	1/4	2	-10/4
P ₁	1	3/4	1	0	-1/4	0	5/2
		13/4	0	0	1/4	0	1/2

$x_1 - \frac{1}{4}x_3 + \frac{3}{2}x_5 = \frac{3}{4}$
 $-3x_1 + 5x_2 \leq 7$
 $x_1 - x_3 + x_5 \leq 0$



Branch and Bound

$$\max c'x$$

$$Ax \leq b \quad x_j = a$$

$$x \geq 0$$

$$\max c'x$$

$$Ax \leq b$$

$$x_j \leq [a]$$

$$x \geq 0$$

$$\max c'x$$

$$Ax \leq b$$

$$x_j \geq [a] + 1$$

$$x \geq 0$$

$$[3, 75] = 3$$

$$\max 5x_1 + 4x_2$$

$$x_1 + x_2 \leq 5$$

$$10x_1 + 6x_2 \leq 45$$

$$x_1, x_2 \rightarrow 0 \text{ ακέραιο!}$$

LP₁

$$x_1 = 3.75$$

$$x_2 = 1.25$$

$$z = 23.75$$

LP₂

$$x_1 = 3 \quad x_2 = 2 \quad z = 23$$

LP₃

$$x_1 = 4 \quad x_2 = 0.83 \quad z = 23.33$$

Συνεχίζω με το LP₃ επειδή έχει μεγαλύτερο z

LP3
 $x_1 = 4 \quad x_2 = 0.63 \quad z = 23.33$

$x_2 \leq 0$

$x_2 \geq 1$

LP4
 $x_1 = 4.5 \quad x_2 = 0 \quad z = 22.5$

μη επιτρεπτή λύση
LP5

LP6
 $x_1 = 4 \quad x_2 = 0 \quad z = 20$

μη επιτρεπτή λύση
LP7

ΠΡΟΒΛΗΜΑ

max $9x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 4x_4$
 $6x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 2x_4 \leq 10$
 $x_2 + x_4 \leq 1$
 $-x_1 + x_3 \leq 0$
 $-x_2 + x_4 \leq 0$

$x_i = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$

LP1
 $x_1 = \frac{5}{6} \quad x_2 = 1 \quad x_3 = 0 \quad x_4 = 1 \quad z = \frac{33}{2}$

$x_1 = 0$

$x_1 = 1$

$x_1 = 0 \quad x_2 = 1 \quad x_3 = 0 \quad x_4 = 1$
 $z = 9$

$x_1 = 1 \quad x_2 = \frac{4}{3} \quad x_3 = 0 \quad x_4 = \frac{2}{3} \quad z = 16\frac{1}{3}$

$x_2 = 0$

$x_2 = 1$

$x_1 = 1 \quad x_2 = 0 \quad x_3 = \frac{4}{5} \quad x_4 = 0$
 $z = 13\frac{4}{5}$

$x_1 = 1 \quad x_2 = 1 \quad x_3 = 0 \quad x_4 = \frac{1}{2}$
 $z = 10$

$x_4 = 0$

$x_4 = 1$

$x_1 = 1 \quad x_2 = 1$
 $x_3 = 0 \quad x_4 = 0$
 $z = 14$

ανεπιτρεπτή λύση